

Toets Programmacorrectheid, 5 maart 2008

Tijdsduur 2 uur. Gesloten boek.

Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Werk netjes, formuleer scherp en zorgvuldig. Schrijf duidelijk leesbaar.

Geef in alle gevallen volledige en volledig correcte annotaties. Je mag desgewenst extra hulpvariabelen invoeren, maar nodig is dat niet.

Opgave 1 (40 %). Gegeven zijn programmavariabelen $i, k : \mathbb{Z}$. Bepaal een geannoteerd commando S dat voldoet aan

$$S \quad \left\{ \begin{array}{l} P : i = X \wedge k = Y \wedge X + Y \geq 0 \\ Q : i \geq 0 \wedge ((i = X \wedge k = X - Y) \vee (i = Y \wedge k = X + Y)) \end{array} \right\} .$$

Aanwijzing: herschrijf Q eerst in de vorm $Q \equiv Q0 \vee Q1$.

Opgave 2 (60 %). De functie $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ voldoet aan de recurrente betrekkingen:

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f(7 \cdot n + r) &= 2 \cdot f(n) + r \quad \text{als } 0 \leq r < 7 \end{aligned}$$

Bepaal een commando T dat voldoet aan

$$T \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{var } n, x : \mathbb{Z} ; \\ P : f(n) = Z \wedge n \geq 0 \\ Q : x = Z \end{array} \right\} .$$

Gebruik hiertoe een hulpvariabele $y : \mathbb{Z}$ en een herhaling met een invariant die het conjunct $y \cdot f(n) + x = Z$ bevat.

Voer het volledige stappenplan uit. Geef bij stap 1 een geannoteerd lineair bewijs. Geef bij stap 3 de bewijsverplichting en een sluitende argumentatie of een lineair bewijs.