

Toets Programmacorrectheid, 11 maart 2011

Tijdsduur 2 uur. Gesloten boek.

Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Werk netjes, formuleer scherp en zorgvuldig. Schrijf duidelijk leesbaar.

Geef voor alle commando's correcte en volledige annotaties.

Opgave 1 (15 %). Gegeven zijn programmavariabelen $n, t : \mathbb{Z}$. Bepaal één geannoteerde toekenning S die voldoet aan

$$S \quad \begin{aligned} & \{n = Y + 1 \wedge t = X + 2 \cdot Y\} \\ & \{n = X - 2 \wedge t = X + 2 \cdot Y\} . \end{aligned}$$

Opgave 2 (35 %). Gegeven is de programmavariabele $n : \mathbb{Z}$. Bepaal een geannoteerd conditioneel commando U dat voldoet aan

$$U \quad \begin{aligned} & \{P : n = X\} \\ & \{Q : n \geq 0 \wedge (n + X = 0 \vee 3 \cdot n \leq X + 1 < 3 \cdot n + 3)\} . \end{aligned}$$

Aanwijzing: werk terug vanuit de postconditie.

Opgave 3 (50 %). Gegeven is de declaratie

$$\text{const } n : \mathbb{N}, a : \text{array } [0 \dots n] \text{ of } \mathbb{Z} .$$

Er geldt

$$P_0 : \quad \forall i : 0 \leq i < n \Rightarrow a[i] \geq 1 .$$

De functie $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ voldoet aan de recurrente betrekkingen:

$$\begin{aligned} f(k) &= 0 \quad \text{als } n \leq k, \\ f(k) &= 1 + k \cdot f(k + a[k]) \quad \text{als } 0 \leq k < n. \end{aligned}$$

Bepaal een commando T dat $f(k)$ berekent volgens de specificatie

$$T \quad \begin{aligned} & \text{var } k, x : \mathbb{Z}; \\ & \{P : k \geq 0 \wedge X = f(k)\} \\ & \{Q : X = x\} . \end{aligned}$$

Gebruik hiertoe een hulpvariabele $y : \mathbb{Z}$ en een herhaling met de invariant

$$J : \quad k \geq 0 \wedge X = x + y \cdot f(k) .$$

Voer het volledige stappenplan uit. Geef bij de stappen 1 en 3 geannoteerde lineaire bewijzen.